# PUISSANCES et RACINES

## DEFINITION DE: PUISSANCE

La notation $a^n$ (où $n$ est une entier plus grand que 1) désigne le produit de $n$ facteurs égaux à $a$.

$a^n = a \times a \times ... \times a$ ($n$ facteurs)

$a^n$ s'appelle la **puissance** $n^{\text{ième}}$ de $a$ et $n$ s'appelle l'**exposant**.
$a^2$ s'appelle le **carré** de $a$. (par référence à l'aire d'un carré)
$a^3$ s'appelle le **cube** de $a$. (par référence au volume d'un cube)

**Exemple** $3^2 = 3 \times 3 = 9$ $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

- **Règles :**

$$a^1 = a \; ; \; a^0 = 1 \; ; a^{-1} = \frac{1}{a} \; ; a^{-n} = \frac{1}{a^n} \; ; 0^n = 0 \; (a \neq 0, n \neq 0)$$

**Exemples** $10^1 = 10$ $10^0 = 1$

$10^{-1} = \frac{1}{10}$ $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$

- **Règles :**

$$a^n \times a^p = a^{n+p} \; ; \; \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p} \; (a \neq 0)$$

**Exemples** $3^3 \times 3^4 = 3^{3+4} = 3^7$ $4^2 \times 4^{-5} = 4^{2-5} = 4^{-3}$

$\frac{3^7}{3^2} = 3^{7-2} = 3^5$ $\frac{5^2}{5^6} = 5^{2-6} = 5^{-4}$

**Règles :**

$$a^n \times b^n = (ab)^n \; ; \; \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \; (b \neq 0)$$

**Exemples** $2^5 \times 3^5 = (2 \times 3)^5 = 6^5$ $\frac{5^2}{3^2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$

- ***Règle :***

$$(a^n)^p = a^{np}$$

***Exemples*** $(5^2)^3 = 5^{2\times 3} = 5^6$ $\qquad$ $(3^{-2})^5 = 3^{(-2)\times 5} = 3^{-10}$

***Règle***

Quand $a$ est négatif, le nombre $a^n$ est **Positif** si $n$ est **Pair,** et négatif si $n$ est impair.

***Exemples*** $(-3)^2 = 9$ $\qquad$ $(-3)^3 = -27$

- ***Notation scientifique***

Notation de la forme $\pm\, a \times 10^n$ avec $1 \leqslant a < 10$ et $n$ est un nombre entier relatif.

***Exemples*** $2\,084{,}5 = 2{,}0845 \times 10^3$

$0{,}12 = 1{,}2 \times 10^{-1}$ $\qquad$ $-124 = -1{,}24 \times 10^2$

***DEFINITION DE: RACINE CARREE***

La **racine carrée** d'un nombre positif $a$, est le nombre positif dont le carré est égal à $a$. On le note $\sqrt{a}$. Le signe $\sqrt{\ }$ est appelé radical.

***Exemple*** $\sqrt{25} = 5$ ; $\sqrt{121} = 11$ ; $\sqrt{2} \approx 1{,}414$ (arrondi à $10^{-3}$)

- ***Règle :***

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \; ; \; \sqrt{a^2} = a \; ; \; \left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n} \quad (a > 0,\ n \in \mathbb{Z})$$

**Exemples** $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$ $\sqrt{5^2} = 5$ $\left(\sqrt{2}\right)^3 = \sqrt{2^3} = \sqrt{8}$

- ***Règle :***

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}\ ;\ \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$$

**Exemples** $\sqrt{3 \times 5} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$ $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

- ***Simplification d'écriture***

**Exemples** $\sqrt{75} + \sqrt{27} = \sqrt{25 \times 3} + \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} + \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}\ ;\ \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}} = \frac{\left(\sqrt{2}+1\right) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{7}{\sqrt{5}+3} = \frac{7 \times \left(\sqrt{5}-3\right)}{\left(\sqrt{5}+3\right)\left(\sqrt{5}-3\right)} = \frac{7 \times \sqrt{5} - 7 \times 3}{\left(\sqrt{5}\right)^2 - 3^2} = \frac{7\sqrt{5}-21}{-4} = \frac{21-7\sqrt{5}}{4}$$

$$\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2 = 2 + 2\sqrt{6} + 3 = 5 + 2\sqrt{6}$$

- ***Comparaison de Racines Carrées***

***Règle***

Les nombres $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$ sont dans le même ordre que *a* et *b*.

**Exemples** $\sqrt{3} < \sqrt{5}$ car $3 < 5$

$3\sqrt{7} < 8$ car $\left(3\sqrt{7}\right)^2 = 3^2 \times \left(\sqrt{7}\right)^2 = 9 \times 7 = 63$ ; $8^2 = 64$ et $63 < 64$